

गणितीय ज्यामितीय विधि एवं अध्वयोग प्रत्यय : एक विश्लेषण  
(छन्दःसूत्र के विशेष सन्दर्भमें)

डॉ. रवि कुमार मीना  
सहायक प्राध्यापक  
संस्कृत विभाग, श्री वेंकटेश्वर महाविद्यालय  
दिल्ली विश्वविद्यालय, दिल्ली  
Email: karauliravi219@gmail.com

आचार्य यास्कृत निर्वचनानुसार<sup>1</sup>छन्द शब्द की व्युत्पत्ति 'छदिर्-आवरणे' धातु से स्वीकार की है, जिसका अर्थ है आच्छादित करना। अतः छन्द वेदों को आच्छादित करते हैं, इसलिए छन्द कहलाते हैं। छन्दःसूत्र में प्रयुक्त जिन नियम या विधियों के आधार पर छन्दों के भेद आदि के विषय में जाना जाता है, उसे प्रत्यय कहते हैं<sup>2</sup>। कुल 6 प्रत्यय क्रमानुसार<sup>3</sup> स्वीकार किये गये हैं- प्रस्तार, नष्ट, उद्दिष्ट, एकद्व्यादि-लगक्रिया, सङ्ख्यान तथा अध्वयोग<sup>3</sup>। इस शोधपत्र में अध्वयोग प्रत्यय को समझाते हुए गणितीय दृष्टि से उसका विश्लेषण किया गया है। ज्यामिति रेखागणित या ज्यामिति गणित की तीन विशाल शाखाओं में से एक है। ज्यामिति के अन्तर्गत बिन्दुओं, रेखाओं, तलों और ठोस चीजों के गुण तथा इसके स्वभाव और मापन के विषय में अध्ययन किया जाता है। सबसे पहले जब भूमि का नाम लिया गया तब ज्यामिति की शुरुआत हुई इसलिए तब से इसे भूमिति संज्ञा से भी स्वीकार किया गया है। प्रारम्भिक समय में यह अध्ययन रेखाओं से घिरे क्षेत्रों के गुणों तक ही सीमित था इसीलिए आचार्यों द्वारा इसका एक नाम रेखागणित भी स्वीकार किया जाता है। अध्वयोग प्रत्यय सम्बन्धी आचार्य पिङ्गल ने कुछ सूत्रों की सहायता से इस विधि को स्पष्ट किया है। सूत्र के अनुसार संख्या 1 से n वर्ण वाले सभी समछन्दों का योग  $(2^{n+1})$  स्वीकार किया गया है। इस प्रकार अध्वयोग सूत्र हुआ –

$$2 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 2$$

<sup>1</sup>छन्दांसि द्वादिनात् (छदि संवरणे इकार की इत्संज्ञा वाले धातु से नुमागम द्वारा छन्दति विग्रह में छन्द से उपादि सूत्र द्वारा असुन् प्रत्यय होने पर सान्त छन्दस् शब्द निष्पन्न होता है।) - निरुक्त - अध्याय-7 धैवत काण्ड-3.

<sup>2</sup>छन्दसां भेदादि-प्रत्यायकत्वात् प्रत्ययाः। (छन्दःसूत्र) पृष्ठ सङ्ख्या- 235.

<sup>3</sup>प्रस्तारो नष्टमुद्दिष्टम्, एकद्-व्यादि-लग-क्रिया। संख्या चैवाध्वयोगश्च षडेते प्रत्ययाः स्मृताः ॥ (छन्दःसूत्र) पृष्ठ सङ्ख्या- 235.

और ज्यामितीय श्रेढी सूत्र निम्नलिखित से है। यथा –

$$a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} = a(r^n - 1)/(r - 1), r \neq 1$$

इसी सूत्र के आधार पर आचार्य पिङ्गल द्वारा अध्वयोग प्रत्यय को समझाया गया है।  $a = r = 2$  लिखने पर अध्वयोग सूत्र प्राप्त होता है। किसी निश्चित सङ्ख्या तक किसी वर्ण प्रस्तार के आधार पर कुल भेदों को ज्ञात करने की विधि अध्वयोग कहलाती है। अध्वा का सामान्य अर्थ है- प्रस्तार क्रिया के लिखने के स्थान को अध्वा कहते हैं। इस प्रकार अध्वयोग का सामान्य अर्थ हुआ- किसी अमुक छन्द की अमुक सङ्ख्या तक कुल कितने भेद बनते हैं यह ज्ञात करना ही अध्वयोग है<sup>4</sup>।

इस प्रत्यय का विवेचन करते समय कुछ विशेषताओं को ध्यान रखना आवश्यक है। जिस किसी वर्ण के प्रस्तार के भेदों को ज्ञात करना है, उसके कुल भेदों की सङ्ख्या को दुगुना करके लिखना चाहिए। तत्पश्चात् दुगुनी की गई सङ्ख्या में से 2 अङ्क घटाने पर उस सङ्ख्या तक के कुल भेदों की सङ्ख्या को जान सकते हैं। इस सम्पूर्ण प्रक्रिया को एक उदाहरण के द्वारा स्पष्ट किया गया है।

यथा- एक वर्ण वाले छन्द के कुल 2 भेद बनते हैं। इसी तरह दो वर्ण वाले छन्द के कुल 4 अर्थात्  $2 \times 2 = 4$  भेद बनेंगे। तीन वर्ण वाले छन्द के 8 अर्थात्  $2 \times 2 \times 2 = 8$  भेद किये जा सकते हैं।

तत्पश्चात् यहाँ इस विश्लेषण के आधार पर यह ज्ञात करना है कि एक वर्ण से लेकर आठ वर्ण वाले छन्दों के कुल भेदों की सङ्ख्या कितनी है। इसके लिए इन आठों वर्णों के सभी भेदों की कुल सङ्ख्या को न जोड़कर, एक सरल नियम के आधार पर अन्तिम वर्ण अर्थात् आठवें वर्ण के कुल भेदों की सङ्ख्या को दुगुना करके लिखना चाहिए। फिर उस प्राप्त कुल भेदों की सङ्ख्या में से 2 अङ्क घटाने पर, जो भी सङ्ख्या प्राप्त हो, वह एक वर्ण से लेकर आठ वर्ण तक के कुल भेदों की सङ्ख्या होगी।

यथा- एक वर्ण से लेकर आठ वर्ण तक छन्दों के कुल भेदों की सङ्ख्या  $2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 = 510$  होती है। इस भेदों की सङ्ख्या को अध्वयोग के एक सरल नियम के आधार पर स्पष्ट किया जा सकता है। इस विधि के माध्यम से हम यह जान सकते हैं कि किसी छन्द की सङ्ख्या को दुगुना करके एक घटा देने से जो शेष बचे, उसे छन्दःशास्त्र के विद्वानों ने

<sup>4</sup>छन्दःसूत्र-8.34. पृष्ठसङ्ख्या-280.

अध्वयोग कहा है<sup>5</sup> अथवा प्रस्तार को लिखने का तरीका प्रदर्शित करने वाले मार्ग को अध्वयोग कहते हैं (उपाध्याय एवं त्रिपाठी, 2012)। मधुसूदन ओझा ने अपनी पुस्तक छन्दःसमीक्षा में अध्वयोग प्रत्यय को निम्नलिखित उदाहरण के द्वारा समझाने का प्रयास किया है। यथा- छः वर्ण वाले प्रस्तार की सङ्ख्या 64 है। इसकी दुगुनी सङ्ख्या 128 होगी। इसमें से 1 सङ्ख्या घटा देने पर 127 सङ्ख्या छः वर्ण वाले प्रस्तार का अध्वयोग होगा।

अमुक सङ्ख्या तक के कुल भेदों के ज्ञान के लिए उस सङ्ख्या तक के जितने भेद हैं, उनको दुगुना करके लिखना चाहिए। उस दुगुनी की गई सङ्ख्या में से 2 अङ्क घटा देना चाहिए। तत्पश्चात् प्राप्त सङ्ख्या उस सङ्ख्या तक के भेदों का कुल योग होगा<sup>6</sup>।

इस नियम के अनुसार यदि कोई छन्द जिज्ञासु यह जानना चाहता है कि अमुक सङ्ख्या से आगे आने वाली सङ्ख्या के कितने भेद बनाये जा सकते हैं। तो इस अमुक सङ्ख्या से पहले की दुगुनी सङ्ख्या में से पूर्ववत् अर्थात् पहले वाले नियम की भाँति 2 अङ्क घटाने नहीं चाहिए<sup>7</sup>। इस सम्पूर्ण प्रक्रिया को निम्नलिखित उदाहरणों के द्वारा स्पष्ट किया जा सकता है।

यथा- यदि किसी छन्द जिज्ञासु को परे पूर्णम् विधि की सहायता से अङ्क के भेदों को जानना है, तो सबसे पहले प्रस्तुत अङ्क से पहले के अङ्क के कुल भेदों को दुगुना अर्थात् 2 अङ्क से गुणा करना चाहिए। अमुक अङ्क की अमुक सङ्ख्या को ज्यों का त्यों लिखना चाहिए, उसमें से 2 अङ्कों को नहीं घटाना चाहिए। इस विधि से अन्य सभी सङ्ख्या के भेदों को जानना चाहिए। इस तरह से आगे वाली सङ्ख्या के कुल भेदों को निकाला जा सकता है।

उदाहरण-1. - अध्वयोग प्रत्यय के द्वारा 1 अक्षर वाले छन्द के 2 भेद किये जा सकते हैं। इसी प्रकार 2 अक्षर वाले छन्द के  $2 \times 2 = 4$  भेद हुए, 3 अक्षर वाले छन्द के  $2 \times 2 \times 2 = 8$  भेद होते हैं। इसी प्रकार 4 अक्षर वाले छन्द के  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$  भेद किये जा सकते हैं।

## 2. अध्वयोग प्रत्यय को जानने की एक सरल विधि<sup>8</sup>-

1 से लेकर 4 अक्षर वाले छन्दों के कुल कितने भेद बनाये जा सकते हैं ? इन सभी भेदों को अध्वयोग प्रत्यय की एक सरल विधि की सहायता से निकाला जा सकता है। सर्वप्रथम यह ध्यान रखें कि इस प्रक्रिया में प्रारम्भ से लेकर अन्तिम तक के सभी भेदों को नहीं जोड़ना चाहिए

<sup>5</sup>सङ्ख्यैव द्विगुणैकोना सद्भिरध्वा प्रकीर्तितः। वृत्तस्याङ्गुलिकी व्याप्तिरधः कुर्यात्तथाङ्गुलिम् ॥ (वृत्तरत्नाकर- 6.9)।

<sup>6</sup>द्विद्व्यूनं तदन्तानाम् सूत्र -32.

<sup>7</sup>परे पूर्णम्, छन्दःसूत्र -8.33.

<sup>8</sup>छन्दःसूत्र-8.35. पृष्ठसङ्ख्या-281.

। इसमें अन्तिम वर्ण के प्राप्त कुल भेदों को दुगुना करके लिखना चाहिए । इस प्रक्रिया को निम्नलिखित उदाहरण के द्वारा स्पष्ट किया जा सकता है ।

यथा-1 अक्षर से लेकर 4 अक्षर तक के छन्दों में अन्तिम अक्षर 4 है । 4 अक्षर वाले छन्द के कुल 16 भेद बनाये जा सकते हैं । अब कुल भेदों अर्थात् 16 सङ्ख्या का 2 अङ्क से गुणा ( $16 \times 2 = 32$ ) करने पर 32 सङ्ख्या प्राप्त होती है । यहाँ 4 अक्षर के छन्द की कुल भेदों की सङ्ख्या 32 हुई । अब आगे कुल सङ्ख्या अर्थात् 32 में 2 अङ्क घटाने ( $32 - 2 = 30$ ) पर 30 सङ्ख्या आयेगी । इस प्रकार यहाँ स्पष्ट किया गया है कि 1 से लेकर 4 अक्षर तक के छन्द के भेदों की कुल सङ्ख्या 30 होगी ।

1 से लेकर 4 अक्षर तक के भेदों की सङ्ख्या	2	4	8	16	=
	+	+	+	+	30
क्रम सङ्ख्या	1	2	3	4	योग

सारणी 1.1

इसी प्रकार 1 से लेकर 5 अक्षर वाले छन्दों के कुल कितने भेद बनाये जा सकते हैं ?

इन सभी भेदों को अध्वयोग प्रत्यय की एक सरल विधि की सहायता से निकाला जा सकता है । सर्वप्रथम यह ध्यान रखें कि इस प्रक्रिया में प्रारम्भ से लेकर अन्तिम अक्षर तक के सभी भेदों को नहीं जोड़ना चाहिए । इसमें अन्तिम अक्षर से प्राप्त कुल भेदों को दुगुना करके लिखना चाहिए । इस प्रक्रिया को निम्नलिखित उदाहरण के द्वारा स्पष्ट किया जा सकता है ।

यथा-1 अक्षर से लेकर 5 अक्षर तक के छन्दों में अन्तिम अक्षर 5 है । 5 अक्षर वाले छन्द के कुल 32 भेद बनाये जा सकते हैं । अब कुल भेदों अर्थात् 32 सङ्ख्या का 2 अङ्क से गुणा ( $32 \times 2 = 64$ ) करने पर 64 सङ्ख्या प्राप्त होती है । यहाँ 5 अक्षर के छन्द के कुल भेदों की सङ्ख्या 64 हुई । अब आगे कुल सङ्ख्या अर्थात् 64 में 2 अङ्क घटाने ( $64 - 2 = 62$ ) पर 62 सङ्ख्या आयेगी । इस प्रकार यहाँ स्पष्ट किया गया है कि 1 से लेकर 5 अक्षर तक के छन्द के भेदों की कुल सङ्ख्या 62 होगी । यथा-

1 से लेकर 5 अक्षर तक के भेदों की सङ्ख्या	2	4	8	16	32	=
	+	+	+	+	+	62
क्रम सङ्ख्या	1	2	3	4	5	योग

सारणी 1.2

1 से लेकर 6 अक्षर वाले छन्दों के कुल कितने भेद बनाये जा सकते हैं<sup>9</sup> ?

यथा-1 अक्षर से लेकर 6 अक्षर तक के छन्दों में अन्तिम अक्षर 6 है। 6 अक्षर वाले छन्द के कुल 64 भेद बनाये जा सकते हैं। अब कुल भेदों अर्थात् 64 सङ्ख्या का 2 अङ्क से गुणा ( $64 \times 2 = 128$ ) करने पर 128 सङ्ख्या प्राप्त होती है। यहाँ 6 अक्षर के छन्द के कुल भेदों की सङ्ख्या 128 हुई। अब आगे कुल सङ्ख्या अर्थात् 128 में 2 अङ्क घटाने ( $128 - 2 = 126$ ) पर 126 सङ्ख्या आयेगी। इस प्रकार यहाँ स्पष्ट किया गया है कि 1 से लेकर 6 अक्षर तक के छन्द के भेदों की कुल सङ्ख्या 126 होगी। यथा-

1 से लेकर 6 अक्षर तक के भेदों की सङ्ख्या	2	4	8	16	32	64	=
	+	+	+	+	+	+	126
क्रम सङ्ख्या	1	2	3	4	5	6	योग

सारणी 1.3

1 से लेकर 10 अक्षर वाले छन्दों के कुल कितने भेद बनाये जा सकते हैं ?

यथा-1 अक्षर से लेकर 10 अक्षर तक के छन्दों में अन्तिम अक्षर 10 है। 10 अक्षर वाले छन्द के कुल 1024 भेद बनाये जा सकते हैं। अब कुल भेदों अर्थात् 1024 सङ्ख्या का 2 अङ्क से गुणा ( $1024 \times 2 = 2048$ ) करने पर 2048 सङ्ख्या प्राप्त होती है। यहाँ 10 अक्षर के छन्द के कुल

<sup>9</sup>वृत्तरत्नाकर-पृ.सं.-202.

भेदों की सङ्ख्या 2048 हुई। अब आगे कुल सङ्ख्या अर्थात् 2048 में 2 अङ्क घटाने (2048-2 = 2046) पर 2046 सङ्ख्या आयेगी। इस प्रकार यहाँ स्पष्ट किया गया है कि 1 से लेकर 10 अक्षर तक के छन्द के भेदों की कुल सङ्ख्या 2046 होगी। यथा-

1 से लेकर 10 अक्षर तक के भेदों की सङ्ख्या	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	=
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	2046
क्रम सङ्ख्या	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	योग

#### सारणी 1.4

1 से लेकर 11 अक्षर वाले छन्दों के कुल कितने भेद बनाये जा सकते हैं<sup>10</sup> ?

यथा-1 अक्षर से लेकर 11 अक्षर तक के छन्दों में अन्तिम अक्षर 11 है। 11 अक्षर वाले छन्द के कुल 2048 भेद बनाये जा सकते हैं। अब कुल भेदों अर्थात् 2048 सङ्ख्या का 2 अङ्क से गुणा (2048 X 2 = 4096) करने पर 4096 सङ्ख्या प्राप्त होती है। यहाँ 11 अक्षर के छन्द के कुल भेदों की सङ्ख्या 4096 हुई। अब आगे कुल सङ्ख्या अर्थात् 4096 में 2 अङ्क घटाने (4096 - 2 = 4094) पर 4094 सङ्ख्या आयेगी। इस प्रकार यहाँ स्पष्ट किया गया है कि 1 से लेकर 11 अक्षर तक के छन्द के भेदों की कुल सङ्ख्या 4094 होगी। यथा-

1 से लेकर 11 अक्षर तक के भेदों की सङ्ख्या	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	=
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	4094
क्रम सङ्ख्या	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	योग

#### सारणी 1.5

1 से लेकर 15 अक्षर वाले छन्दों के कुल कितने भेद बनाये जा सकते हैं<sup>11</sup> ?

<sup>10</sup>वृत्तरत्नाकर-पृ.सं.-213.

<sup>11</sup>छन्दःसूत्र- पृ.सं.-283.

यथा-1 अक्षर से लेकर 15 अक्षर तक के छन्दों में अन्तिम अक्षर 15 है। 15 अक्षर वाले छन्द के कुल 32,768 भेद बनाये जा सकते हैं। अब कुल भेदों अर्थात् 32,768 सङ्ख्या का 2 अङ्क से गुणा ( $32,768 \times 2 = 65,536$ ) करने पर 65,536 सङ्ख्या प्राप्त होती है। यहाँ 15 अक्षर के छन्द के कुल भेदों की सङ्ख्या 65,536 हुई। अब आगे कुल सङ्ख्या अर्थात् 65,536 में से 2 अङ्क घटाने ( $65,536 - 2 = 65,534$ ) पर 65,534 सङ्ख्या आयेगी। इस प्रकार यहाँ स्पष्ट किया गया है कि 1 से लेकर 15 अक्षर तक के छन्द के भेदों की कुल सङ्ख्या 65,534 होगी।

यथा-

1 से लेकर 15 अक्षर तक के भेदों की सङ्ख्या	2	4	8	16	32	64	128	256	512	10	20	40	81	16,	32,	=
										24	48	96	92	384	768	65,
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	534
क्रम सङ्ख्या	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	योग

सारणी 1.6

### उदाहरण-2.

अध्वयोग विधि के आधार पर 1 से लेकर 10 वर्ण तक छन्दों की सङ्ख्या के कुल भेदों को स्पष्ट कीजिए?

सर्वप्रथम इस विधि के अनुसार यहाँ 1 से लेकर 10 वर्ण तक के सभी भेदों की सङ्ख्याओं को न लिखकर केवल अन्तिम 10वें वर्ण वाले छन्दों के कुल 1024 भेदों को लिखना चाहिए। इसके बाद इस कुल भेदों की सङ्ख्या को दुगुना करके अर्थात्  $1024 \times 2 = 2048$  लिखना चाहिए। तत्पश्चात् इस प्राप्त सङ्ख्या में से 2 अङ्क कम करने पर 2046 सङ्ख्या प्राप्त होती है। इस

प्रकार इस प्रक्रिया की सहायता से हम देख सकते हैं कि 1 से लेकर 10 वर्ण तक के कुल भेदों की सङ्ख्या 2046 प्राप्त होती है। यथा-

<b>1 से 10 वर्ण तक के छन्दों की सङ्ख्याओं के कुल भेद</b>	10 वर्ण के कुल भेद = 1024 2 अङ्क से गुणा = $1024 \times 2 = 2048$ 2 अङ्क घटाने पर = $2048 - 2 = 2046$ कुल भेद = 2046
--	---

सारणी 1.7

इस विधि के माध्यम से 1 से लेकर 20 वर्ण तक के छन्दों की सङ्ख्या के कुल भेदों को स्पष्ट कीजिए<sup>12</sup> ?

सर्वप्रथम इस विधि के अनुसार यहाँ 1 से लेकर 20 वर्ण तक के सभी भेदों की सङ्ख्याओं को न लिखकर केवल अन्तिम 20वें वर्ण वाले छन्दों के कुल 1,048,576 भेदों को लिखना चाहिए। इसके बाद इस कुल भेदों की सङ्ख्या को दुगुना करके अर्थात्  $1,048,576 \times 2 = 2,097,152$  लिखना चाहिए। तत्पश्चात् इस प्राप्त सङ्ख्या में से 2 अङ्क कम करने पर 2,097,150 सङ्ख्या प्राप्त होती है। इस प्रकार इस प्रक्रिया की सहायता से हम देख सकते हैं कि 1 से लेकर 20 वर्ण तक के कुल भेदों की सङ्ख्या 2,097,150 प्राप्त होती है। यथा-

<b>1 से 20 वर्ण तक के छन्दों की सङ्ख्याओं के कुल भेद</b>	20 वर्ण के कुल भेद = 1,048,576 2 अङ्क से गुणा = $1,048,576 \times 2 = 2,097,152$ 2 अङ्क घटाने पर = $2,097,152 - 2 =$
--	--

<sup>12</sup>छन्दःसूत्र-8.32-33.



	2,097,150 कुल भेद = 2,097,150
--	----------------------------------

## सारणी 1.8

### निष्कर्ष-

निष्कर्ष स्वरूप कहा जा सकता है कि किसी निश्चित सङ्ख्या तक किसी वर्ण प्रस्तार के आधार पर कुल भेदों को ज्ञात करने की विधि को अध्वयोग कहते हैं। इस विधि को गणितीय ज्यामितिके आधार पर समझाया गया है। जिसमें बिंदुओं, रेखाओं, वक्रों, समतलों इत्यादिका अध्ययन किया जाता है। भूमिके नापसम्बन्धी कार्यों से इस विज्ञान की उत्पत्ति हुई है।

आरम्भमें यह अध्ययन रेखाओं तथा रेखाओं से घिरे क्षेत्रों के गुणों तक ही सीमित रहा, जिसके कारण ज्यामितिकानाम रेखागणित भी है। अध्वयोग विधि से ज्यामितीय सङ्ख्याओं की प्रगति को आसानी से निकाला जा सकता है।

### सन्दर्भसूची-

1. व्यास, भोला शंकर. 1959. प्राकृतपैङ्गल. प्रकाशक प्राकृत ग्रन्थ परिषद्. वाराणसी।
2. अवस्थी, रुद्रप्रसाद (सम्पा.). 1972. पाणिनीयशिक्षा. चौखम्बा संस्कृतसीरीज आफिस. वाराणसी।
3. उपाध्याय, बलदेव. 2017. वृत्तरत्नाकरः. चौखम्बा सुरभारती प्रकाशन. वाराणसी।
4. ओझा, मधुसूदन. 1991. छन्दःसमीक्षा. राजस्थान संस्कृत अकादमी. जयपुर. राजस्थान।
5. झा, ब्रजमोहन (सम्पा.). 1968. सुवृत्ततिलकम्. चौखम्बा संस्कृत सीरीज आफिस. वाराणसी।
6. झा, हीरानाथ. 2014. संस्कृत छन्दों का विकासक्रम. कला एवं धर्म शोध संस्थान. वाराणसी।
7. तैलङ्ग, जगन्नाथशास्त्री (सम्पा.). 2013. छन्दोमञ्जरी. भारतीय विद्या प्रकाशन. वाराणसी।

8. त्रिपाठी, ब्रह्मानन्द (सम्पा.) एवं उपाध्याय, बलदेव (सम्पा.). 2012. वृत्तरत्नाकरः. चौखम्बा सुरभारती प्रकाशन. वाराणसी ।
9. त्रिपाठी, ब्रह्मानन्द (सम्पा.). 2012. छन्दोमञ्जरी. चौखम्बा सुरभारती प्रकाशन. वाराणसी।
10. द्विवेदी, कपिलदेव (अनु.) एवं सिंह, श्यामलाल (अनु.). 2008. पिङ्गल कृत छन्दः सूत्रम्. विश्वविद्यालय प्रकाशन. वाराणसी ।
11. नाथ, केदार (सम्पा.). 1957. छन्दःशास्त्र (केदारनाथ टीका सहित). निर्णयसागर प्रेस. बम्बई ।
12. पाठक, चित्तनारायण (सम्पा.). 2015. छन्दःशास्त्रम् (मृतसञ्जीविन्याख्य). चौखम्बा विद्याभवन. वाराणसी ।
13. भट्ट, उत्पल (सम्पा.). 1949. वृत्तरत्नाकर. जयदामन में प्रकाशित. बम्बई ।
14. मिश्र, रामकिशोर. 2002. संस्कृत छन्दों का उद्भव एवं विकास. ज्ञान प्रकाशन. मेरठ ।
15. मिश्र, श्रीकिशोर (सम्पा.). 1990. कात्यायनीय छन्दःसूत्र. आचार्य गोपालचन्द्र मिश्र ग्रन्थमाला. वाराणसी ।
16. मीमांसक, युधिष्ठिर. 2009. वैदिक-छन्दोमीमांसा.रामलाल कपूर ट्रस्ट रेवली.सोनीपत. हरियाणा ।
17. वेलणकर, हरि दामोदर (सम्पा.). 1949. छन्दोऽनुशासन. जयदामन हरितोष समिति. बम्बई।
18. शर्मा, अयोध्यानाथ (सम्पा.). 1969. पिङ्गलच्छन्दःसूत्रम्. चौखम्बा अमरभारती प्रकाशन. वाराणसी ।
19. शास्त्री, गणपतिदेव. 2013. गणितकौमुदी.चौखम्बा संस्कृत भवन. वाराणसी ।